

Technologie
und das
Yin&Yang
des
Lehrens und Lernens
von
Mathematik

**Die Essenz der Verwendung von Technologie,
insbesondere Computeralgebra-Systemen (CAS), im
Unterricht**

Bernhard Kutzler
Linz, Austria

b.kutzler@aon.at, <http://b.kutzler.com>

***Zusammenfassung:** Wir präsentieren ein aus sechs Archetypen des Lehrens und Lernens bestehendes Modell und verwenden es, um die verschiedenen Rollen zu zeigen, die Technologie, insbesondere Computeralgebra-Systeme (CAS), dabei spielen können.*

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	3
Mathematik/Didaktik/Technologie	7
Darstellen	11
Dokumentieren	19
Kommunizieren	23
Kompensieren	26
Lösen	33
Erforschen	40
Mehr Gedanken zur Technologie im Unterricht	47
Casanova oder Don Juan?	49
Literatur	51
Danksagung	52

Vorwort

Der vorliegende Text ist eine Zusammenfassung meiner akademischen Arbeit der vergangenen zwanzig Jahre. Ich widme ihn zwei Riesen, die mich auf ihre Schultern haben stehen lassen: Bruno Buchberger und David Stoutemyer. Ihr Einfluss auf meine Arbeit war enorm. Danke!

Bernhard Kutzler im Januar 2008

Einleitung

Menschen werden von zwei Kräften regiert: *Festhalten* und *Loslassen*. Diese zwei Kräfte entsprechen *Yin* und *Yang*, den zwei elementaren polaren Energien, die in östlichen Philosophien studiert werden. Im Zusammenhang mit dem Lehren und Lernen von Mathematik und verwandten Fächern manifestieren sich diese beiden Energien als *Verbinden* und *Automatisieren*. *Verbinden* ist eine aktive, suchende Form des *Festhaltens*. *Automatisieren* bedeutet, ein Werkzeug tun zu lassen, was wir bisher selbst getan haben (wie die Durchführung arithmetischer Operationen), d.h. wir *lassen* diese Tätigkeiten *los*.

Festhalten	-	Yin	-	Verbinden
Loslassen	-	Yang	-	Automatisieren



Ein Auto ist ein Werkzeug, das den Transport automatisiert. Statt zu Fuß zum Lebensmittelgeschäft zu gehen, können wir mit dem Auto fahren. Das spart nicht nur den Fußmarsch hin und zurück, man braucht auch die Einkäufe nicht zu tragen. Für einige Menschen ist das Einkaufen mit dem Auto eine *Bequemlichkeit*, die Zeit und Energie spart, sodass sie zum Beispiel ein Buch lesen können. Für körperlich behinderte Menschen kann die Verwendung eines Autos für den täglichen Einkauf *überlebensnotwendig* sein.



Dieses Beispiel zeigt zwei grundsätzlichen Arten der Verwendung von Technologie: *Verstärkung* und *Kompensation*. Hier ist noch ein Beispiel:

Optische Instrumente wie Teleskope und Mikroskope *verstärken* unsere natürliche Sehkraft, sodass wir durch sie Dinge sehen, die wir sonst nicht sehen könnten. Optische Instrumente wie Brillen *kompensieren* eine Sehschwäche, sodass Menschen mit einer verringerten Sehkraft mit einer Brille Dinge sehen können, die Menschen mit normaler Sehkraft ohne Brillen sehen.



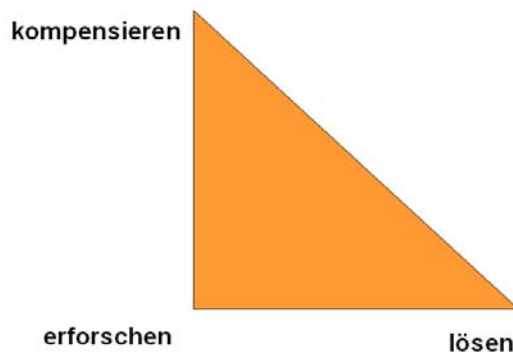
Das kann weiter verfeinert werden. *Verstärkung* hat selbst wieder zwei Teilaspekte in Abhängigkeit von der dahinter stehenden Motivation. Man kann mit einem Teleskop ein entferntes Objekt betrachten, wie zum Beispiel ein Privatdetektiv

oder ein Polizist beim Observieren eines Verdächtigen – oder ein Astronom beim Beobachten einer Mondfinsternis. Man kann mit einem Teleskop aber auch den Nachthimmel nach neuen Sternen absuchen. Diese zwei Verwendungen kann man *Lösen* und *Erforschen* nennen. Ebenso ist das bei einem Auto: Fährt man mit dem Auto zum Einkaufen oder besucht damit einen Freund, dann *löst* man ein Transportproblem. In einem Auto eine Reise durch Kalifornien zu unternehmen ist eine schöne Art, um den bevölkerungsreichsten Bundesstaat der USA zu *erforschen*.

Das ergibt insgesamt drei Automatisierungsarchetypen je nach der Motivation:

$$\begin{aligned}\text{Automatisieren} &= \text{Kompensieren} + \text{Verstärken} \\ &= \text{Kompensieren} + \text{Lösen} + \text{Erforschen}\end{aligned}$$

Hier ist eine Visualisierung des *Automatisieren*-Dreiecks¹:



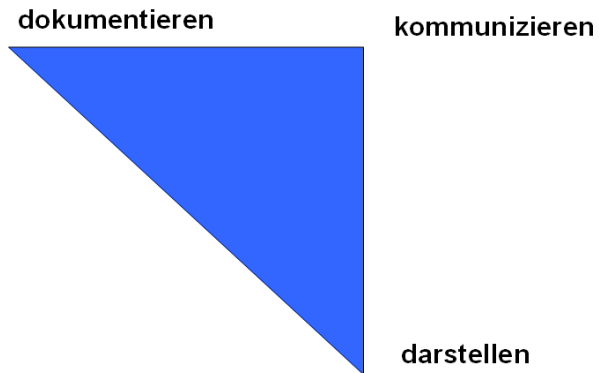
Auch das *Verbinden* besteht aus drei Archetypen je nach dem, was womit verbunden wird: *Darstellen*, *Dokumentieren* und *Kommunizieren*. *Darstellen* betrifft das Verbinden von Modellen mit Modellen, wie zum Beispiel das Verbinden eines algebraischen Modells (Ausdruck) mit einem graphischen Modell (Graph) oder einem numerischen Modell (Wertetabelle). *Dokumentieren* betrifft das Verbinden von Modellen mit Menschen, wie zum Beispiel das Schreiben eines Berichtes darüber, wie ein Problem gelöst wurde. *Kommunizieren* betrifft das Verbinden von Menschen mit Menschen, wie zum Beispiel eine Gruppenarbeit von SchülerInnen².

$$\text{Verbinden} = \text{Darstellen} + \text{Dokumentieren} + \text{Kommunizieren}$$

¹ Das *Yang*-Dreieck zeigt üblicherweise nach oben.

² Ich verwende im Text die doppelgeschlechtlichen Formen „SchülerInnen“ und „LehrerInnen“ nur im Plural, denn das bleibt ohne Zweigleisigkeit in den Pronomen.

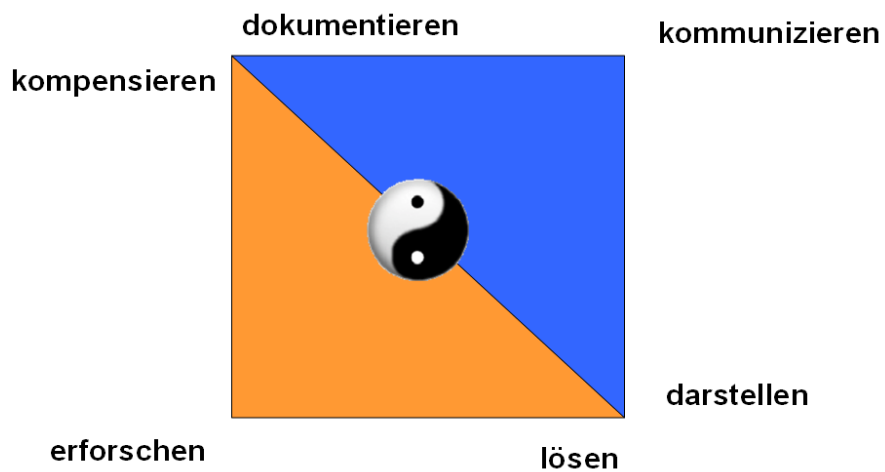
Hier ist eine Visualisierung des *Verbinden*-Dreiecks³:



Stellt man die beiden Dreiecke nebeneinander, dann ergibt sich ein Bild, das ich das *Yin & Yang des Lehrens und Lernens von Mathematik* nenne:

Automatisieren

Verbinden



³ Das *Yin*-Dreieck zeigt üblicherweise nach unten.

Dieses Bild zeigt sechs Archetypen, denen wir beim Lehren und Lernen von Mathematik (und verwandten Fächern) begegnen. Der Nutzen dieses Modells ist ein besseres Verständnis dafür, wie man Technologie am besten in den Mathematikunterricht integriert.

Bevor wir jeden einzelnen der sechs Archetypen besprechen und die verschiedenen Rollen, die Technologie, insbesondere Computeralgebra-Systeme (CAS) dabei spielen können, erörtern, betrachten wir ein weiteres Bild, das hilft, den Nutzen der Verwendung von Technologie in der Mathematik und beim Unterrichten von Mathematik zu verstehen.

